

**NB :** La rédaction et le soin de la copie seront pris en compte ainsi que toute tentative de recherche même non aboutie. Merci...

• **Exercice 1 :** (8 points)

Soit CID un triangle rectangle et isocèle en C de sens direct tel que CI=6 .

Soit A le milieu de [ID] et B le projeté orthogonal de A sur (CI).

On note R la rotation directe de centre A d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

1/ Faire une figure **claire et soignée...**

2/a) Déterminer R((AD)) et R((AC)) puis R(R(AD)).

b) Déterminer R(D). Déduire R((DC)) .

3/ Soit J le symétrique de C par rapport à A et B' le milieu de [IJ].

a) Montrer que J=R(I).

b) Déduire que R(B)=B'.

c) Déduire la valeur de  $DB^2 - 2DB \times CB' + CB'^2$ .

4/ Soit  $\mathcal{C}_1$  le cercle de diamètre [AB] et  $\mathcal{C}_2$  celui de diamètre [CD].

Les deux cercles se recoupent en K.

a) Déterminer et construire  $\mathcal{C}'_1$  et  $\mathcal{C}'_2$  images de  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  par R.

b) Les cercles  $\mathcal{C}'_1$  et  $\mathcal{C}'_2$  se recoupent en K'.

Quelle est la nature du triangle AKK' ?

c) Que peut-on dire des droites (CK) et (IK') ?

Déduire que les points C, K et K' sont alignés.

d) Que peut-on dire des droites (BK) et (AK') ?

e) Exprimer la distance KK' en fonction de BK.

• **Exercice 2 :** (3 points) VRAI OU FAUX Justifier votre choix.

Vrai Faux

1/ Soit la suite  $U$  telle que  $U_n = 2^n + 4n + 1$   
alors la suite  $V$  telle que  $V_n = U_{n+1} - U_n$  est géométrique.

2/ Pour tout réel  $x$ ,  $(1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^{2013}) = \frac{1-x^{2014}}{1-x}$ .

3/ Si  $(U_n)$  est une suite géométrique telle que  
 $U_{12} = 4444$  et  $U_{10} = 1111$  alors sa raison vaut  $q=2$ .

• **Exercice 3 :** (9 points) Soit  $(U_n)$  la suite telle que :

$$\begin{cases} U_{n+1} = aU_n + bU_{n-1} + c \\ U_0 = 4, U_1 = 1 \end{cases}, n \in \mathbb{N}^* \text{ et } a, b \text{ et } c \text{ réels.}$$

A/ Dans cette partie on fixe :  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 0$  et  $c = 3$ .

1/a) Calculer  $U_2$ .

b) La suite  $U$  est-elle arithmétique ? géométrique ?

2/ On définit la suite  $(V_n)$  telle que  $V_n = U_n - 2$ .

a) Montrer que  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison  $-\frac{1}{2}$ .

b) Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

c) Calculer la somme  $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_9$ .

B/ Dans cette partie on fixe :  $a = 2$ ,  $b = -1$  et  $c = 0$ .

Soit  $W_n = U_{n+1} - U_n$ .

1/a) Calculer  $W_n - W_{n-1}$  pour  $n \in \mathbb{N}^*$

b) Déduire que  $(W_n)$  est une suite constante et calculer  $W_0$ .

2/a) Déduire que  $(U_n)$  est arithmétique de raison  $-3$ .

b) Déterminer trois termes d'indices pairs consécutifs de la suite  $(U_n)$  dont la somme est  $-96$ .

c) Calculer  $S = U_0^2 - U_1^2 + U_2^2 - U_3^2 + \dots + U_{10}^2 - U_{11}^2$ .

Rep